**ОТЧЁТ**

**ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 5**

**РЕШЕНИЕ ОДУ**

**(Вариант 9)**

*Выполнил студент 3 курса МОиАИС*

*Сагитов Александр*

**Задание 1:**

Решить методом Эйлера-Коши 2-го порядка точности и методом Рунге-Кутта 4-го порядка точности уравнение:

.

**Задание 2:**

Решить методами Адамса 3-го и 4-го порядка точности уравнение:

.

**Примечание:**

Точность вычислений и для первого, и для второго уравнения контролировать методом **двойного пересчета**.

=====================================================================

**Метод Эйлера-Коши**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **последняя** | **Разность** |
| 0.000 |  | 0.000 |  |
| 0.033 | 0.012 | 0.012 | 0.000 |
| 0.067 |  | 0.057 |  |
| 0.100 | 0.075 | 0.070 | 0.005 |
| 0.133 |  | 0.103 |  |
| 0.167 | 0.113 | 0.113 | 0.000 |
| 0.200 |  | 0.139 |  |
| 0.234 | 0.144 | 0.144 | 0.000 |
| 0.267 |  | 0.167 |  |
| 0.300 | 0.172 | 0.172 | 0.000 |
| 0.333 |  | 0.187 |  |
| 0.367 | 0.195 | 0.195 | 0.000 |
| 0.400 |  | 0.201 |  |
| 0.433 | 0.211 | 0.211 | 0.000 |
| 0.467 |  | 0.214 |  |
| 0.500 | 0.216 | 0.216 | 0.000 |

**Количество точек разбиения:** 256

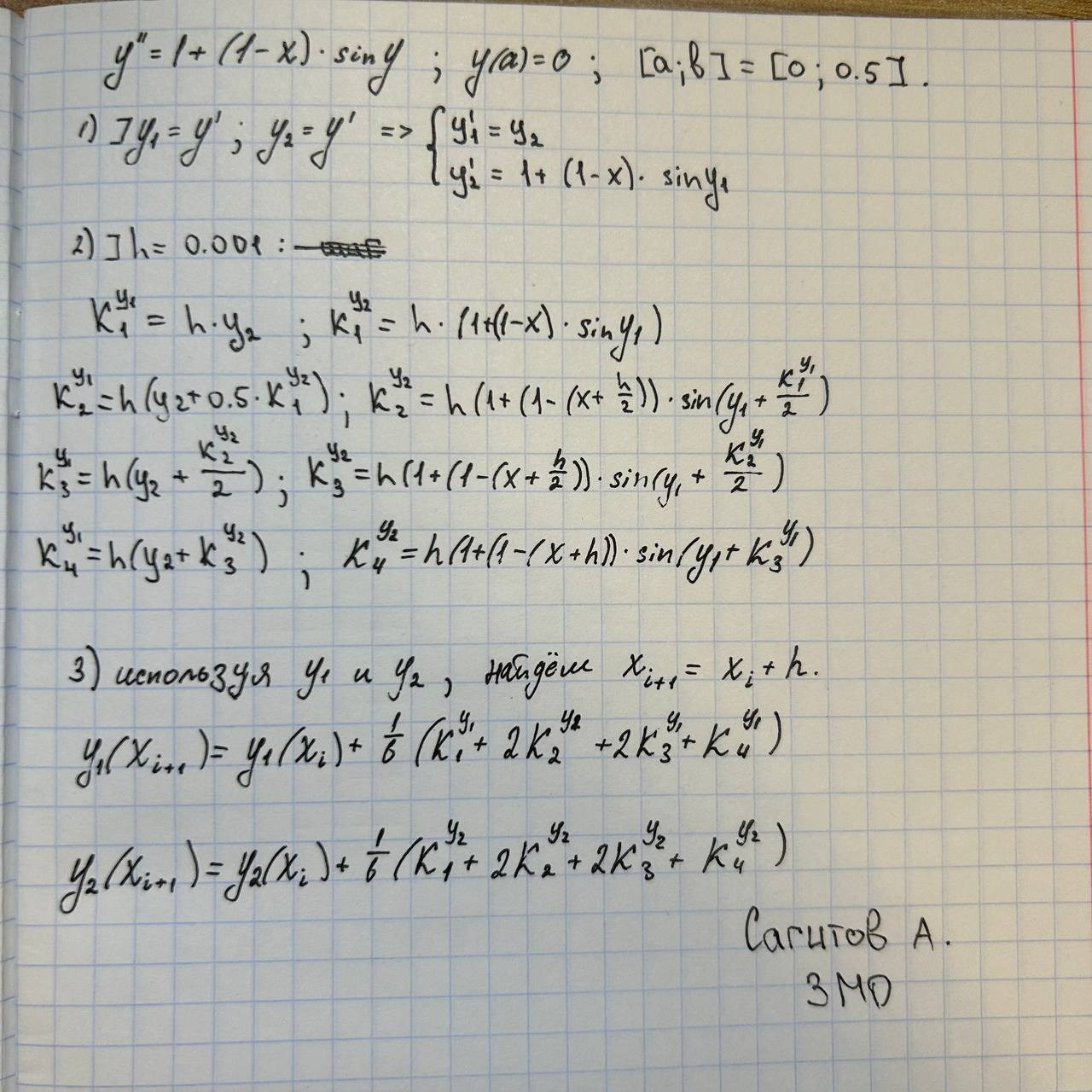
**Метод Рунге-Кутты**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **последняя** | **Разность** |
| 0.000 |  | 0.000 |  |
| 0.033 | 0.012 | 0.032 | 0.020 |
| 0.067 |  | 0.057 |  |
| 0.100 | 0.075 | 0.070 | 0.005 |
| 0.133 |  | 0.103 |  |
| 0.167 | 0.113 | 0.113 | 0.000 |
| 0.200 |  | 0.139 |  |
| 0.234 | 0.144 | 0.152 | 0.008 |
| 0.267 |  | 0.167 |  |
| 0.300 | 0.172 | 0.172 | 0.000 |
| 0.333 |  | 0.198 |  |
| 0.367 | 0.195 | 0.201 | 0.006 |
| 0.400 |  | 0.202 |  |
| 0.433 | 0.211 | 0.207 | 0.004 |
| 0.467 |  | 0.212 |  |
| 0.500 | 0.216 | 0.216 | 0.000 |

**Количество точек разбиения:** 32

=====================================================================

**ЗАДАНИЕ 2**



**Метод Адамса 3 порядка**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **последняя** | **Разность** |
| 0.000 |  | 0.000 |  |
| 0.033 | 0.016 | 0.016 | 0.000 |
| 0.067 |  | 0.048 |  |
| 0.100 | 0.064 | 0.064 | 0.000 |
| 0.133 |  | 0.081 |  |
| 0.167 | 0.098 | 0.098 | 0.000 |
| 0.200 |  | 0.115 |  |
| 0.234 | 0.133 | 0.133 | 0.000 |
| 0.267 |  | 0.151 |  |
| 0.300 | 0.169 | 0.169 | 0.000 |
| 0.333 |  | 0.187 |  |
| 0.367 | 0.206 | 0.206 | 0.000 |
| 0.400 |  | 0.225 |  |
| 0.433 | 0.244 | 0.244 | 0.000 |
| 0.467 |  | 0.264 |  |
| 0.500 | 0.276 | 0.276 | 0.000 |

**Количество точек разбиения:** 1024

**Метод Адамса 4 порядка**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **последняя** | **Разность** |
| 0.000 |  | 0.000 |  |
| 0.033 | 0.008 | 0.008 | 0.000 |
| 0.067 |  | 0.024 |  |
| 0.100 | 0.040 | 0.040 | 0.000 |
| 0.133 |  | 0.056 |  |
| 0.167 | 0.073 | 0.073 | 0.000 |
| 0.200 |  | 0.090 |  |
| 0.234 | 0.107 | 0.107 | 0.000 |
| 0.267 |  | 0.124 |  |
| 0.300 | 0.142 | 0.142 | 0.000 |
| 0.333 |  | 0.160 |  |
| 0.367 | 0.178 | 0.178 | 0.000 |
| 0.400 |  | 0.197 |  |
| 0.433 | 0.215 | 0.215 | 0.000 |
| 0.467 |  | 0.235 |  |
| 0.500 | 0.254 | 0.254 | 0.000 |

**Количество точек разбиения:** 1024

**ПРИЛОЖЕНИЕ**

*main.py*

from math import sin  
  
  
def double\_recalculation(y1, y2, eps):  
 for x in y2:  
 if y1.get(x, False):  
 if abs(y1[x] - y2[x]) > eps:  
 return False  
 return True  
  
  
def f\_1(x, y): # уравнение 1  
 return 1 - sin(2 \* x + y)  
  
  
def f\_2(x, y): # уравнение 2  
 return 1 + (1 - x) \* sin(y)  
  
  
def Euler\_Cauchy(f, a, b, n\_, y\_0):  
 h = (b - a) / n\_  
 y = {a: y\_0}  
 for i in range(1, n\_ + 1):  
 y[a + i \* h] = y[a + (i - 1) \* h] + (h / 2) \* (  
 f(a + (i - 1) \* h, y[a + (i - 1) \* h]) +  
 f(a + i \* h, y[a + (i - 1) \* h] + h \* f(a + (i - 1) \* h, y[a + (i - 1) \* h])))  
 return y  
  
  
def Runge\_Kutt\_n(f, x\_n, y\_n, y, h):  
 k\_1 = f(x\_n, y\_n)  
 k\_2 = f(x\_n + h / 2, y\_n + (h / 2) \* k\_1)  
 k\_3 = f(x\_n + h / 2, y\_n + (h / 2) \* k\_2)  
 k\_4 = f(x\_n + h, y\_n + h \* k\_3)  
 return y + (h / 6) \* (k\_1 + 2 \* k\_2 + 2 \* k\_3 + k\_4)  
  
  
def Runge\_Kutt\_4(f, a, b, n\_, y\_0):  
 h = (b - a) / n\_  
 y = {a: y\_0}  
 for i in range(1, n\_ + 1):  
 y[a + i \* h] = Runge\_Kutt\_n(f, a + (i - 1) \* h, y[a + (i - 1) \* h], y[a + (i - 1) \* h], h)  
 return y  
  
  
def Adams\_3(f, a, b, n\_, y\_0, g\_0):  
 h = (b - a) / n\_  
 Y, G = {a: y\_0}, {a: g\_0}  
 G[a + h] = Runge\_Kutt\_n(f, a, Y[a], G[a], h)  
 Y[a + h] = Y[a] + h \* G[a]  
 G[a + 2 \* h] = Runge\_Kutt\_n(f, a + h, Y[a + h], G[a + h], h)  
 Y[a + 2 \* h] = Y[a + h] + h \* G[a + h]  
 for i in range(3, n\_ + 1):  
 G[a + i \* h] = G[a + (i - 1) \* h] + (h / 12) \* (  
 23 \* f(a + (i - 1) \* h, Y[a + (i - 1) \* h]) - 16 \* f(a + (i - 2) \* h, Y[a + (i - 2) \* h]) + 5 \* f(  
 a + (i - 3) \* h, Y[a + (i - 3) \* h]))  
 Y[a + i \* h] = Y[a + (i - 1) \* h] + (h / 12) \* (  
 23 \* G[a + (i - 1) \* h] - 16 \* G[a + (i - 2) \* h] + 5 \* G[a + (i - 3) \* h])  
 return Y  
  
  
def Adams\_4(f, a, b, n\_, y\_0, g\_0):  
 h = (b - a) / n\_  
 Y, G = {a: y\_0}, {a: g\_0}  
 G[a + h] = Runge\_Kutt\_n(f, a, Y[a], G[a], h)  
 Y[a + h] = Y[a] + h \* G[a]  
 G[a + 2 \* h] = Runge\_Kutt\_n(f, a + h, Y[a + h], G[a + h], h)  
 Y[a + 2 \* h] = Y[a + h] + h \* G[a + h]  
 G[a + 3 \* h] = Runge\_Kutt\_n(f, a + 2 \* h, Y[a + 2 \* h], G[a + 2 \* h], h)  
 Y[a + 3 \* h] = Y[a + 2 \* h] + h \* G[a + 2 \* h]  
 for i in range(4, n\_ + 1):  
 G[a + i \* h] = G[a + (i - 1) \* h] + (h / 24) \* (  
 55 \* f(a + (i - 1) \* h, Y[a + (i - 1) \* h]) - 59 \* f(a + (i - 2) \* h, Y[a + (i - 2) \* h]) + 37 \* f(  
 a + (i - 3) \* h, Y[a + (i - 3) \* h]) - 9 \* f(a + (i - 4) \* h, Y[a + (i - 4) \* h]))  
 Y[a + i \* h] = Y[a + (i - 1) \* h] + (h / 24) \* (  
 55 \* G[a + (i - 1) \* h] - 59 \* G[a + (i - 2) \* h] + 37 \* G[a + (i - 3) \* h] - 9 \* G[a + (i - 4) \* h])  
 return Y  
  
  
def print\_comparison(Y\_prev, Y\_last):  
 # Получаем все точки для последней итерации  
 keys\_last = sorted(Y\_last.keys())  
 # Подмножество точек для предпоследней итерации, выбирая через одну начиная со второй  
 keys\_prev = sorted(Y\_prev.keys())[1::2] # Каждую вторую точку начиная со второй  
  
 print(f"{'X\_к':<10} | {'Y\_к':<10} | {'Y\_к last':<10} | {'Разность':<10}")  
 print("-" \* 48)  
  
 for i, x\_last in enumerate(keys\_last):  
 y\_last = Y\_last[x\_last]   
 if i % 2 == 1 and (i // 2) < len(keys\_prev): # только для каждой второй строки   
 x\_prev = keys\_prev[i // 2]  
 y\_prev = Y\_prev.get(x\_prev, "")  
 difference = abs(y\_prev - y\_last) if y\_prev != "" else ""  
 print(f"{x\_last:<10.3f} | {y\_prev:<10.3f} | {y\_last:<10.3f} | {difference:<10.3f}")  
 else:   
 print(f"{x\_last:<10.3f} | {'':<10} | {y\_last:<10.3f} | {'':<10}")  
  
  
a\_, b\_ = 0, 0.5  
  
# Уравнение 1  
n = 2  
prev\_ = Euler\_Cauchy(f\_1, a\_, b\_, n, 0)  
while True:  
 n \*= 2  
 next\_ = Euler\_Cauchy(f\_1, a\_, b\_, n, 0)  
 if double\_recalculation(next\_, prev\_, 0.001):  
 break  
 prev\_ = next\_  
print(f'{48 \* "="}\nЭйлер-Коши для уравнения 1:')  
print\_comparison(prev\_, next\_)  
  
n = 2  
prev = Runge\_Kutt\_4(f\_1, a\_, b\_, n, 0)  
while True:  
 n \*= 2  
 next\_ = Runge\_Kutt\_4(f\_1, a\_, b\_, n, 0)  
 if double\_recalculation(next\_, prev, 0.001):  
 break  
 prev = next\_  
print(f'{48 \* "="}\nРунге-Кутта 4 для уравнения 1:')  
print\_comparison(prev, next\_)  
  
# Уравнение 2  
n = 4  
prev = Adams\_3(f\_2, a\_, b\_, n, 0, 1)  
while True:  
 n \*= 2  
 next\_ = Adams\_3(f\_2, a\_, b\_, n, 0, 1)  
 if double\_recalculation(next\_, prev, 0.001):  
 break  
 prev = next\_  
print(f'{48 \* "="}\nАдамс 3 для уравнения 2:')  
print\_comparison(prev, next\_)  
  
n = 4  
prev = Adams\_4(f\_2, a\_, b\_, n, 0, 1)  
while True:  
 n \*= 2  
 next\_ = Adams\_4(f\_2, a\_, b\_, n, 0, 1)  
 if double\_recalculation(next\_, prev, 0.001):  
 break  
 prev = next\_  
print(f'{48 \* "="}\nАдамс 4 для уравнения 2:')  
print\_comparison(prev, next\_)